

非饱和土广义有效应力原理

赵成刚, 蔡国庆

(北京交通大学 岩土所, 北京 100044)

摘要: 综述了非饱和土有效应力的沿革, 并就非饱和土有效应力的研究和发展中存在的问题进行了讨论。基于多相孔隙介质理论推导得到的变形功的表达式, 提出了非饱和土广义有效应力原理。该原理认为, 由非饱和土中的单应力变量的有效应力或双应力变量理论很难唯一地确定非饱和土的变形和强度。广义有效应力原理实质上就是要综合考虑影响非饱和土变形和强度的三种广义应力以及与其对偶的广义变形, 给出考虑因素更为全面、理论基础更为坚实的广义有效应力原理。它为非饱和土基本性质的研究和本构方程的建立奠定了坚实而科学的理论基础。

关键词: 非饱和土; 有效应力; 多相孔隙介质理论; 变形功

中图分类号: TU 431

文献标识码: A

Principle of generalized effective stress for unsaturated soils

ZHAO Cheng-gang, CAI Guo-qing

(Institute of Geotechnical Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: The principle of effective stress is the most important and fundamental principle in soil mechanics, by which soil mechanics has separated from continuum mechanics and become an independent discipline. Traditionally, however, the validity of the effective stress principle remains questionable for unsaturated soils. The historical evolution of the effective stress for unsaturated soils is reviewed firstly based on an expression of the work input into multiphase porous media; and then the formulation of the generalized effective stress for unsaturated soils is put forward. It is shown that neither the single effective stress nor the two-stress state variable approach is sufficient to describe the deformation and strength characteristics of unsaturated soils. By considering the deformation work input of unsaturated soils, the concept of generalized effective stresses that can be used to simulate the behavior of unsaturated soils is proposed. The proposed approach is fundamental and theoretically sound, paving a solid way to simulate the fundamental behavior and constitutive relation of unsaturated soils.

Key words: unsaturated soil; effective stress; theory of multiphase porous media; deformation work

1 引言

有效应力原理的提出, 促使土力学发生了根本性的变化, 使土力学从一般力学中独立出来, 并成为一门独立的学科。由于非饱和土普遍地存在于地球的表面, 它又与土木工程建设密切相关, 因此, 受到研究者和工程界的关注, 并进行了大量的实验与研究。然而具有三相不同物质组成的非饱和土的性质非常复杂, 到目前为止, 对它的认识和理论描述还很有限, 例如: 有效应力原理在非饱和土中是否存在? 如果存在, 它的具体形式又如何? 这些问题到目前也没能得到很好的解决。因有效应力的研

究是非饱和土研究中最基本和最重要的, 它是非饱和土的其他性质研究的基础和前提, 因此促使研究者对其进行了持续不断的研究^[1-14]。

下面将首先概述非饱和土有效应力的发展, 然后给出非饱和土变形功的一种表达式。从变形功的表达式中, 找出非饱和土有效应力的具体公式。基于能量原理和功的表达式, 提出非饱和土广义有效应力原理。这一广义有效应力原理的实质是: 仅用有效应力是不能唯一地确定非饱和土的变形和强度, 还必须同时考虑其他广义应力的影响。例如, 吸力和气相压力、相应的广义应变以及饱和度等的影响。

2 非饱和土有效应力的演进

研究人员针对非饱和土中的有效应力问题进行了深入而广泛的研究, 主要分 3 个学派: ①采用单应力变量的有效应力; ②双应力变量理论; ③从功的表达式中确定有效应力。

Bishop (1959 年)^[1]提出了非饱和土中的有效应力(单应力变量的有效应力)如下:

$$\sigma'_{ij} = (\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}) + \chi s \delta_{ij} \quad (1)$$

式中: σ'_{ij} 为有效应力; σ_{ij} 为总应力; u_a 为气相压力; s 为基质吸力; χ 为有效应力参数, 它受非饱和土性质的影响, 从 0 (干土时) ~ 1 (饱和时) 变化。Aitchison 等 (1956 年)^[2]、Jennings (1961 年)^[3]、Bishop 等 (1961 年)^[4]、Bishop 等 (1963 年)^[5]、Blight (1965) 等^[6]也给出了类似的非饱和土有效应力的表达式。式 (1) 的实质就是要像饱和土那样, 利用 σ'_{ij} 确定非饱和土的变形和强度。针对非饱和土中单应力变量的有效应力原理, Jennings 等 (1962 年)^[7]提出了以下质疑, 即它不能说明非饱和土在湿化过程中的湿陷现象 (collapse phenomenon)。他们对非饱和土进行了一系列的固结试验。试验表明, 在湿化过程 (即减小吸力) 所有土样在最后阶段都表现出湿陷。但用式 (1) 进行计算反而得到膨胀的结果, 这与试验结果相背离。另外, 人们还发现饱和度 S_r 与有效应力参数 χ 之间没有唯一的关系。Burland (1965 年)^[8]从微观的观点论述了单应力变量的有效应力的内在矛盾。Aitchison (1965 年)^[9]、Matyash、Radhakaishna (1968 年)^[10]、Brackley (1971 年)^[11]、Fredlund 等 (1977 年) 等^[12]也对非饱和土单应力变量的有效应力原理提出了疑问。然而由于单应力变量的有效应力原理简单、易于被接受和掌握, 到目前为止仍有人继续进行研究。例如, Khalili (2004 年)^[13]就坚持认为, 单应力变量的有效应力原理是可以描述非饱和土的强度和变形, 并给出了一些新的说明与证据。但他们给出的应力表达式与一般的基础力学的概念不一致。另外, 有效应力参数 χ 的表达式也与饱和度的关系不明显。总体上看, 非饱和土单变量有效应力原理是借鉴饱和土中有效应力的概念, 它是一种宏观、直觉、经验性的表达式, 其物理机制并不明确, 也缺少理论基础。但其公式简单, 又与饱和土的有效应力的表达式相类似, 容易被工程师掌握, 也易于在已有的有限元程序中实现和应用。因此, 在特定的范围和条件下, 用于实际工程也会取得很好的效果。从工程应用的角度出发, 针对单应力变量的有

效应力原理及其工程应用的研究是有实际意义的。

为了克服上述非饱和土单应力变量有效应力的缺点, Coleman (1962 年)^[15]、Bishop 和 Blight (1963 年)^[16]、Blight (1967 年) 等^[17]提出了用两个独立变量 (净应力和基质吸力) 描述非饱和土的强度和变形。Fredlund 等 (1977 年)^[12]提出了零位试验, 并验证了采用两个独立变量的正确性。此后, 用双应力变量作为有效应力 (即认为用两个独立的变量可以确定非饱和土的变形和强度) 的研究得到了迅速的发展, 并居于非饱和土研究的主流地位, 但它的理论基础也还是不清楚。另外, 双应力变量理论仍然不能很好地描述非饱和土的复杂现象。例如, Wheeler (2003 年)^[18]指出, 非饱和土的性质不但受到净应力和基质吸力的影响, 而且还受到其他因素的影响, 例如饱和度等的影响。这是因为即使净应力 (net stress)、基质吸力和孔隙比相同, 但两个具有不同饱和度土样的力学行为和土颗粒之间的相互作用力 (即所谓的有效应力) 却可以不同, 见 Wheeler (2003 年) 的研究^[6]。这说明仅利用两个独立的应力变量还不能唯一地确定非饱和土的变形和强度。随后一些学者, 如 Sheng 等 (2004 年)^[19]、Li (2006 年)^[20]、Sun (2007 年)^[21]等, 综合考虑了饱和度和双应力变量, 建立了非饱和土的本构模型, 使非饱和土有效应力的理论得到了进一步的发展。

也有人对用双应力变量理论描述非饱和土的性质提出了质疑。Tarantino 和 Mongiovi (2000 年)^[22]指出, Fredlund 和 Morgestern (1977 年)^[12]进行的零位试验可以证实总应力、孔隙水压和孔隙气压能够用两个独立的应力变量 (净应力和吸力) 的组合作为等效表示。但 Bocking 和 Fredlund (1980 年)^[23]却撰文指出, 当非饱和土的气相处于封闭状态时, 轴平移技术不再有效, 也就是说, 处于封闭状态的气相压力发生变化时导致的所谓轴平移会影响到非饱和土的性质, 并使之发生变化。这时用两个独立的应力变量 (净应力和吸力) 而忽略气相压力变化的影响可能会有问题。虽然该文通过试验已经初步验证了气相连通时使用两个独立的应力变量的正确性以及轴平移技术的有效性。但他们仍然认为, 当非饱和土的气相处于封闭状态时两个独立的应力变量的正确性以及轴平移技术的有效性还需要进一步的研究, 并进行试验验证。Tarantino (2002 年)^[14]继续撰文指出, 轴平移技术具有一些局限性, 它的有效性还没有被令人满意的研究和证实。另外, 非饱和土在高饱和度情况下 (气相处于封闭状态) 的研究是有问题的, 因为土体从饱和到非饱和变化时

采用轴平移技术是很不准确的。从上述分析可以看出,使用非饱和土的两个独立的应力变量虽然可以对非饱和土的性质进行分析,但也存在局限性。例如,在气相处于封闭状态时忽略气相压力变化的影响对非饱和土的性质和试验结果会产生误差。

事实上,非饱和土的试验都是基于土样内部孔隙中的气相压力是等于土样表面的外加气相压力(它通常认为等于大气压力)的。但当非饱和土的气相处于封闭状态时,其孔隙中的封闭气体很难向外溢散。因此,在外力作用下,封闭状态下孔隙中的气体压力肯定不同于土样表面的外加气相压力(即使经过长时间的稳定和平衡过程,仍然可能不同)。但在这种情况下仍然假定内外气体压力相同,并在此假定的基础上得到的试验结果肯定与真实情况有差异。这时处于封闭状态的气相压力将发生变化,并且会导致气相体积刚度变化,由此影响到非饱和土的整体性质,并使之发生变化。也就是说,当非饱和土的气相处于封闭状态时气相压力变化会使非饱和土压缩性质变化,而此时还假定气相压力的变化不会改变非饱和土的性质,是不符合实际情况的。因此,这时仍然采用两个独立应力变量,忽略气相压力变化的影响就会有问题。

多相孔隙介质理论中的能量原理可以研究孔隙介质中不同相之间的相互作用、相互影响及其变化规律。因此,用这一原理描述非饱和土各相应力和与其相对应的广义变形以及它们之间的相互作用、相互影响和相互转化是很自然的。能量方程中的变形功(work of deformation)包括了非饱和土内各相的应力以及这些应力相对偶的广义应变(它们之间积等于变形功),它的讨论有助于对非饱和土力学性质的认识和本构关系的建立,因此受到有关研究者的注意。Houlsby^[24-25]对饱和与非饱和土变形功的表达形式进行了研究和讨论;Dean 和 Houlsby (2005 年)^[26]则从变形功出发,讨论了饱和土与非饱和土中表达有效应力的原则和具体方式;Jommi (2000 年)^[27]、Vaunat 等 (2000 年)^[28]也基于能量原理讨论了非饱和土的应力以及这些应力相对偶的广义应变。

纵观非饱和土力学研究的演进可以看到,它是一个从简单到复杂的发展过程,对非饱和土性质描述的理论也是遵照从简单到复杂的道路发展。非饱和土有效应力的研究毫不例外也应遵循这样的发展方式。首先,提出了单变量的有效应力,后来由于发现单变量有效应力有很多局限性,提出更复杂一些的双应力变量理论。最近又提出了综合考虑双应

力变量和饱和度的影响来描述非饱和土变形的性质。目前,已经到了可以综合考虑非饱和土中所有各相应力和与其对偶的广义应变的影响,全面、客观地描述非饱和土变形和强度的性质的阶段,而这种描述的理论基础就是多相孔隙介质理论。

3 非饱和土变形功和有效应力

在文献[29] (2008 年)中基于多相孔隙介质理论和 3 条基本假定,忽略温度变化的影响以及认为土与水不可压缩,考虑了质量平衡和能量平衡,推导得到了以下变形功 W 的表达式:

$$W = \{\sigma - [S_r P_w + (1 - S_r) P_a] \bar{\delta}\} \cdot \text{grad} V_s + sn \frac{dS_r}{dt} - \left[P_a \frac{n^a}{K_a} \frac{dP_a}{dt} \right] \quad (2)$$

式中: W 为变形功; σ 为总应力; P_a 和 P_w 为气相和液相压力; n^a 为气相的体积分数; S_r 为饱和度; $\bar{\delta}$ 为单位张量; n 为孔隙率; $s = P_a - P_w$, 为基质吸力; K_a 为气相体积压缩模量; V_s 为固相物质的运动速度。在 Dean 和 Houlsby (2005 年)^[26]给出的基于功的非饱和土有效应力表示原则的基础上,文献[29]给出了非饱和土有效应力的具体表达式为

$$\sigma' = \sigma - [S_r P_w + (1 - S_r) P_a] \bar{\delta} \quad (3)$$

式 (3) 为变形功的表达式 (2) 中与非饱和土固体运动 V_s 相对偶的广义应力,即非饱和土的有效应力,也有人称之为平均土骨架应力(average soil skeleton stress)。通常认为,它是由土骨架承担并沿着土骨架而传递的应力。

4 非饱和土广义有效应力原理

在文献[29]中根据热力学原理推得变形功的表达式如下:

$$W = \frac{dA}{dt} + D \quad (4)$$

式中: A 为 Helmholtz 自由能; D 为耗散势函数。

根据 Ziegler (1983 年)^[30]和最近 Houlsby (2000 年)^[31]的研究,利用式 (4) 中的自由能势函数和耗散势函数,就可以得到土中的各种应力和相应的弹塑性变形;而式 (2) 则给出了非饱和土变形功用具体的广义应力和与其相对偶的广义变形之积的表达式。式 (2) 和式 (4) 相等,说明式 (4) 潜在表示的非饱和土中各种应力和相应的弹塑性变形是等价于方程 (2) 右端所有项之和并受所有项影响。其中右端第 1 项表示在固体骨架中传递的有效应力与固体骨架变形之积产生的功,第 2 项表示基质吸力

与孔隙水的变化之积产生的功, 第 3 项是气体体积与气体压力变化之积产生的功; 式 (2) 右端这 3 项功对非饱和土中各相应力和相应的弹塑性变形均有影响 (除非能够证明各项之间相互没有影响)。单应力变量的有效应力忽略了第 2 项和第 3 项功的影响, 因而会产生较大的误差, 而双应力变量理论, 虽然考虑了更多的变量, 但也难仅用双应力变量建立准确、唯一的本构关系。Wheeler (2003 年)^[18]的工作不但考虑了双应力变量, 还考虑了饱和度对非饱和土的影响, 实质上他们的做法已经包括了式 (2) 右端第 1 项和第 2 项功的总的作用和影响, 但仍然没有考虑第 3 项功的影响。如前所述, 无论是单应力变量的有效应力或双应力变量理论, 都难以准确地描述非饱和土的复杂的性质和行为。总结前人的研究成果, 笔者认为, 非饱和土的性质不可能像饱和土那样由单应力变量的有效应力唯一确定, 而应进一步考虑其他因素的影响 (如饱和度和气体的压力的变化等)。

基于上述认识, 提出非饱和土广义有效应力原理为: 它应当以三相非饱和土的总变形功表达式 (2) 为基础, 考虑式 (2) 中所有 3 项的影响, 即需要考虑式 (2) 中所有广义力以及与其相对偶的广义变形的作用和影响。仅考虑有效应力以及与其相对应的功, 忽略其他广义应力和广义变形所产生的功的影响, 必然造成误差, 而不能完备、全面、准确地反映非饱和土的变形和强度的关系和性质, 由此得到的有效应力原理必然具有局限性。

事实上, 我们得到的总变形功的表达式 (2) 与 Houlsby (1997 年)^[25]给出的非饱和土总变形功的表达式是相同的, 区别仅在于, 我们的理论基础是多相孔隙介质理论, 其前提与假设是明确的。另外, 他们并没有用总变形功的表达式讨论非饱和土的有效应力原理, 他们仅讨论了在非饱和土中建立有效应力的原则, 而这之间的区别是明显的。

Li (2007 年)^[20]已经认识到双应力变量理论和非饱和土中有效应力的局限性, 他所给出的功的表达式已经包括气相的影响, 但遗憾的是他把气体作为理想气体, 所以塑性变形没有气体的影响。

双应力变量实际上是式 (2) 中 3 种应力变量 (有效应力、吸力和气相压力) 的简化表示的结果。采用双应力变量是由于大多数实际问题中气压被认为是常量, 即等于大气层压力, 而保持气压为常量会减少气体压缩对试验结果的影响。另外, Fredlund 和 Morgestern (1977 年)^[13]进行的零位试验也初步证实了双应力变量理论的正确性, 又由于相对 3 个

应力变量来说, 它简单、实用。因此, 被广大研究人员所采用。当然双应力变量理论是具有局限性的, 这种局限性前面已经进行了讨论。

也许有人会提出疑问: 非饱和土的双应力变量理论就够复杂的了, 现又提出更复杂、包含更多因素的广义有效应力原理, 有何意义? 笔者的回答是: 科学的研究和解决工程问题的目的是不同的。解决工程问题时要求所使用的理论应简单、实用, 并能解决问题; 在能解决问题的前提下, 采用的理论越简单、越实用越好。但科学研究的要求却与上述解决工程问题的要求不同。它要求理论应反映客观事物的本来面目和规律。如果客观事物或规律本身就是复杂的, 而理论为反映这种复杂性需要包含更多的因素, 这也是无可非议的。科学的目的是认识和反映客观规律, 而不仅仅是为了应用或解决工程问题。但目前岩土工程界存在把科学研究的目的过分实用化的风气, 认为科学研究的唯一目的就是应用。因此, 对一些具有科学价值, 但难以直接应用的研究和成果持否定的态度。这种风气不利于土力学理论的健康发展。

另外, 一旦有了可以反映更多因素或更全面的科学理论, 当把它用于简单情况的工程问题时, 就可以忽略一些次要因素的影响, 而在该理论中仅考虑主要因素, 并且忽略这些次要因素所产生的误差, 在这一理论中是可以得到认识和反映的。但在考虑因素较少的简化理论中却得不到这种认识和反映 (因为它们被简化或忽略掉了), 这也是科学发展与进步所带来的好处。

5 结 语

本文在回顾了非饱和土有效应力演进的基础上, 根据笔者在文献[29]推演的总变形功, 提出了非饱和土广义有效应力原理。这一非饱和土广义有效应力原理为今后非饱和土变形和强度的研究及其本构方程的建立奠定了坚实的理论基础, 为非饱和土力学的发展提供了有力的工具。

参 考 文 献

- [1] BISHOP A W. The principle of effective stress[J]. *Teknisk Ukeblad*, 1959, 106 (39): 113—143.
- [2] AITCHISON G D, DONALD I B. Some preliminary studies of unsaturated soils[C]//Proc. 2nd ANZ Conf. SMFE, Technical Publications for the New Zealand Institution of Engineers. Zealand: Wellington, 1956: 192—199.
- [3] JENNINGS J E B. A revised effective stress law for use in the prediction of the behaviour of unsaturated soils[C]//

- Proc. Conf. Pore Pressure and Suction in Soils. London: Butterworth, 1961: 26—30.
- [4] BISHOP A W, DONALD I B. The experimental study of partly saturated soils in triaxial apparatus[C]//Proceedings of 5th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Paris: Dunod, 1961: 13—21.
 - [5] BISHOP A W, BLIGHT G E. Some aspects of effective stress in saturated and partly saturated soils[J]. **Geotechnique**, 1963, 13(3): 177—197.
 - [6] BLIGHT G E. A study of effective stress for volume change[C]//Moisture Equilibria and Moisture Changes in Soils Beneath Covered Areas. Sydney: Butterworths, 1965: 259—269.
 - [7] ENNINGS J E B, BURLAND J B. Limitations to the use of effective stresses in unsaturated soils[J]. **Geotechnique**, 1962, 12: 125—144.
 - [8] BURLAND J B. Some aspects of the mechanical behaviour of partly saturated soils[C]//Moisture Equilibria and Moisture Changes in Soils Beneath Covered Areas. Sydney: Butterworth, 1965: 270—278.
 - [9] AITCHISON G D. Soils properties, shear strength, and consolidation[C]//Proc., 6th Int. Conf. SMFE. Toronto: University of Toronto Press, 1965: 319—321.
 - [10] MATYAS E L, RADHAKRISHNA H S. Volume change characteristics of partially saturated soils[J]. **Geotechnique**, 1968, 18: 432—448.
 - [11] BRACKLEY I J A. Partial collapse in unsaturated expansive clay[C]//Proceedings of 5th Regional Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. South Africa: [s. n.], 1971: 23—30.
 - [12] FRELUND D G, MORGENSTERN N R. Stress state variables for unsaturated soils[J]. **Journal of Geotechnical Engineering Division (ASCE)**, 1977, 103(5): 447—466.
 - [13] KHALILI N, GEISER F, BLIGHT G E. Effective stress in unsaturated soils: review with new evidence[J]. **International Journal of Geomechanics**, 2004: 115—126.
 - [14] TARANTINO A. Direct measurement of soil water tension[C]//Proc. 3th International Conference on Unsaturated Soils. Brazil: Balkema Publishers, 2002: 1005—1017.
 - [15] COLEMAN J D. Stress-strain relations for partly saturated soils[J]. **Correspondence to Geotechnique** 1962, 12(4): 348—350.
 - [16] BISHOP A W, BLIGHT G E. Some aspects of the effective stress in saturated and partially saturated soils[J]. **Geotechnique**, 1963, 13(3): 177—197.
 - [17] BLIGHT G E. Effective stress evaluation for unsaturated soils[J]. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE**, 1967, 93(SM2): 125—148.
 - [18] WHEELER S J, SHARMA R S, BUISSON M S R. Coupling of hydraulic hysteresis and stress-strain behaviour in unsaturated soils[J]. **Geotechnique**, 2003, 45(1): 35—53.
 - [19] SHENG D C, SLOAN S W, GENS A. A constitutive model for unsaturated soils: thermo mechanical and algorithmic aspects[J]. **Computational Mechanics** 2004; 33: 453—465.
 - [20] LI X S. Thermodynamics-based constitutive framework for unsaturated soils[J]. **Geotechnique**, 2007, 57(5): 411—422.
 - [21] SUN D A, SHENG D C, CUI H B, et al. A density-dependent elastoplastic hydro-mechanical model for unsaturated compacted soils[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2007, 31(11): 1257—1279.
 - [22] TARANTINO A, MONGIOVI L. Experimental investigations on the stress variable governing unsaturated soil behaviour at medium to high degrees of saturation[C]//Proc. Experimental Evidence and Theoretical Approaches in Unsaturated Soils. Rotterdam: Balkema A A, 2000: 10—12.
 - [23] BOCKING K A, FREDLUND D G. Limitations of the axis translations technique[C]//Proc. 4th International Conference on Expansive Soils. Denver: [s. n.], 1980: 117—135.
 - [24] HOULSBY G T. The work input to a granular material[J]. **Geotechnique**, 1979, 29(3): 354—358.
 - [25] HOULSBY G T. The work input to an unsaturated granular material[J]. **Geotechnique**, 1997, 47(1): 193—196.
 - [26] DEAN E T, HOULSBY G T. Editorial[J]. **Geotechnique**, 2005, 55(5): 415—417.
 - [27] JOMMI C. Remarks on the constitutive modeling of unsaturated soils[C]//Experimental Evidence and Theoretical Approaches in Unsaturated Soils, Proc. of an International Workshop. Rotterdam: Balkema A A, 2000.
 - [28] VAUNAT J, ROMERO E, JOMMI C. An elastoplastic hydro-mechanical model for unsaturated soils[C]//Experimental Evidence and Theoretical Approaches in Unsaturated Soils, Proc. of an International Workshop, Rotterdam: Balkema A A, 2000.
 - [29] 赵成刚, 张雪东. 非饱和土中功的表述以及有效应力与相分离原理的讨论[J]. **中国科学(E 辑)**, 2008, 38(9): 1530—1541.
ZHAO Cheng-gang, ZHANG Xue-dong. Derivation of the work expression and discussion on the effective principle and the phase separation theorem in unsaturated soil[J]. **Science in China (Ser. E)**, 2008, 38(9): 1530—1541.
 - [30] ZIEGLER H. An Introduction to Thermomechanics[M]. [S. l.]: North-holland Publishing Company, 1983.
 - [31] HOULSBY G T, PUZZIN A M. A thermomechanical framework for constitutive models for rate-independent dissipative materials[J]. **International Journal of Plasticity**, 2000, 16: 1017—1047.